第 35卷 第 5期
1996年 9月

中山大学学报 (自然科学版)
ACTA SCIENTIARUM NATURALIUM UNIVERSITATIS SUNYATSENI

Vol. 35 No. 5
Sep. 1996

非线性准静止超长波的低频振荡及混沌特性*

黎伟标 薛凡炳
(中山大学大气科学系,广州 510275)

摘 要 利用混沌动力学的分析手段,对一个包含了地形、热力强迫以及耗散作用的准静止超长波动力系统的行为进行了初步探讨.结果表明,超长波平衡态的建立与加热场的结构有关.方程的定性分析及数值计算结果均表明,当超长波表现为周期行为时,其周期约为 30~ 40 d,与低频振荡的频率相当.另外,还给出了一个与地形、耗散以及加热等因子有关的判据 Cr,当 Cr 较小时系统出现周期态,而当 Cr 较大时系统出现混沌特征.

关键词 准静止超长波系统,平衡态,低频振荡,混沌

分类号 P 458

众多的研究表明[1,2],短期气候或长期天气的异常主要由准静止超长波的演变来决定.因此,对准静止超长波进行研究特别是进行定量的研究对了解长期天气变化的物理原因,从本质上提高长期天气的预测能力是十分必要的.

对超长波的活动特征已有不少研究[3,4].然而,过去的工作往往偏重于定性的、线性的研究,事实上,从动力学角度而言,超长波的演变是一个复杂的非线性问题.近年来,非线性动力学的迅速发展,特别是混沌动力学概念的引入[5,6],为解释大气中各种现象提供了新的手段,也为我们从非线性角度对准静止超长波的行为进行深入的研究提供了新的思路.

本文在常用于超长波研究的 Burger模式[7]的基础上,采取二层斜压模式导出了一个包含地形作用、耗散以及非绝热加热作用的非线性准静止超长波动力系统.然后采取目前混沌研究中较为有效的轨道投影、谱分析以及 Poincare映射等手段对其进行分析,试图探讨在不同参数条件下,非线性准静止超长波系统的一些行为特征.

1 方程及定性分析

Burger曾经指出[7],超长波尺度的运动可以由热力学方程以及简化为诊断方程的运动方程和连续方程来描述,这就是 Burger模式.章基嘉[2]曾用它对超长波的活动规律进行过定性的讨论.基于这一点,本文的准静止超长波系统首先由考虑了强迫和耗散的热力学方程出发,采取二层斜压模式,然后结合简化的运动方程和 k方程后得到.为了将偏微分方程转化为常微分方程组成的动力系统,对其进行适当简化、整理,最后写成特征方程的形式.经推导,得到以下的非线性准静止超长波动力系统:

* 收稿日期: 1995-09-25 黎伟标,男,31岁,讲师

$$\frac{d\tilde{x}}{dt} = a_1 + a_2\hbar\tilde{y} + a_3\tilde{y},\quad \frac{d\tilde{y}}{dt} = b\hbar\tilde{x},\quad \frac{d\hbar}{dt} = q' + (\frac{\partial q}{\partial x}\tilde{x} + (\frac{\partial q}{\partial y})\tilde{y} \_ \hbar \tag{1}$$

其中 $\hbar = \hbar'_{250} - \hbar_{750} + R\tilde{T}$, a_1 和 a_2 为纬度的函数, _ 为耗散系数, q 为大气非绝热加热, a_3 主要与其本场的结构有关, $\tilde{x}$, $\tilde{y}$ 可表示超长波槽脊的位置,而 $\hbar$ 则在某种意义上表示了超长波的强度.

系统(1)存在 3个平衡态

$$\begin{cases} \tilde{x}_1 = (-q' + \frac{\partial q}{\partial x}a_1/a_3)/\frac{\partial q}{\partial y} \\ \tilde{y}_1 = -a_1/a_3 \\ \hbar_1 = 0 \end{cases} \tag{2}$$

$$\begin{cases} \tilde{x}_{2,3} = 0 \\ \tilde{y}_{2,3} = \left\{(-a_2q' + \_ a_3) \pm [(a_2q' + \_ a_3)^2 - 4a_2\_ a_1\frac{\partial q}{\partial y}]^{\frac12}\right\}/2a_2\frac{\partial q}{\partial y} \\ \hbar_{2,3} = (q' + \frac{\partial q}{\partial y}\tilde{y}_{2,3})/\_ \end{cases} \tag{3}$$

在平衡点 $(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i, \hbar_i)$处的导算子可以写为

$$D_f(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i, \hbar_i) = \begin{Bmatrix} 0 & a_3 & a_2\tilde{y}_i \\ 0 & 0 & b \\ \frac{\partial q}{\partial x} & \frac{\partial q}{\partial y} & -\_ \end{Bmatrix} \tag{4}$$

根据常微分方程的几何理论,由 Hurwitz判据[8]得与阻塞形势维持有关的稳定平衡态出现的条件是: $_ > 0$以及

$$q_{\tilde{x}=0} \longrightarrow \frac{1}{2}\frac{\partial q}{\partial y}10^6 \pm (\_ a_3\frac{\partial q}{\partial y} \times 1.5 \times 10^{-3})^{\frac12} \tag{5}$$

由上式可知,超长波稳定平衡态的出现主要与加热场的分布以及基本场的结构有关. 为了得到定量结果,后面还要进行数值计算研究.

超长波的演变,除了在一定条件下表现为稳定平衡态外,它还会表现出周期行为. 利用三维 Hopf分支定理[8],经进一步推导,得到判据

$$C_r = [\ln(1 + \frac{1}{5}h)/(1 + \frac{3}{5}h)^{\frac13}] \to 0 \tag{6}$$

其中,

$$h = [-0.87a_3\ln(p_0/p_h)\frac{\partial q}{\partial y}\frac{1}{p_0}\frac{\partial Ph}{\partial x^2}]/[10^{-14}m^2\_ \frac{\partial q}{\partial x}] \tag{7}$$

当 $C_r \to 0$时,超长波表现出周期吸引子行为,该吸引子的周期为

$$T = \frac{2c}{k} = 2c\left\{\_ \frac{\partial q}{\partial x}[-5\frac{a_2}{b_2} - \frac{\partial q}{\partial x}v'/(\frac{\partial q}{\partial y}\_)]^{\frac12}/\frac{\partial q}{\partial y}\right\} \tag{8}$$

经量级估算, T值大约在 30~ 40 d之间,恰好处于低频振荡范围.

另外,当 $C_r \geqslant 1$时,由 Hurwitz判据可知平衡态 $(\tilde{x}_3, \tilde{y}_3, \hbar_3)$失稳,导致一种无规则的混沌运动,后面的数值计算将证实这一点.

2 数值计算结果及分析

首先给出系统(1)中一些系数参量的确定. 我们把加热 地形及耗散参数等作为可调参数而不采用实测值, q', $\frac{\partial q}{\partial x}$和$\frac{\partial q}{\partial y}$的取值范围根据文献 [9]中的数据确定,将 _ 的取值范围确定为(1/60, 1/10)(1/d),我们将 y方向的地形参数固定,取 $P'_{H_1} = 10^{-2}$ hPa/km, x方向的地形

参数 P_{H_1}则在范围(10^{-1}, 10)内变化 .

积分方案采用可变步长的四阶 Runge- Kutta法,最大积分步长 $H_{max}= 0.005$,最小积分步长 $H_{min}= 0.000\,25$,输出步长 $H= 0.05$,精度取 10^{-6},每输出两步相当于一个模式日,每次计算共输出 4 096步 .

功率谱的计算,采样时间间隔 $\Delta T= 0.2$. 为有效避免“混淆” (aliasing)现象,我们参考文献[6]的方法,只保留所得谱的一半,如果基频为 15 d,则能观察到 $p= 68$分频 .

为了探讨加热场分布与超长波平衡态的关系,我们考虑了 4种情形:① $q'> 0$且$\frac{\partial q}{\partial x}> 0$(即正距平加热中心西侧),② $q'> 0$且$\frac{\partial q}{\partial x}< 0$(正距平中心东侧),③ $q'< 0$且$\frac{\partial q}{\partial x}< 0$(负距平中心西侧),④ $q'< 0$, $\frac{\partial q}{\partial x}> 0$(负距平中心东侧). 在其它参数适宜的条件下,第(1)种情况系统(I)的积分输出到 50步以后超长波系统出现了稳定平衡态(图 1),而其它 3种情形均无平衡态出现 . 由此可见,正的距平加热场西侧是有超长波平衡态建立并稳定的有利地区 .

上述是加热场变动时系统的行为特征,当调整其它参数使判据 $Cr< 1$时,超长波系统则会出现与低频振荡相对应的周期吸引子(图 2a),轨线投影被吸引到图中的闭合曲线 L上,功率谱图(图 2b)则表现为一尖峰,它对应的周期值约为 30 d.

当 $Cr= 1.0\sim 1.84$的 5例计算中,其结果都显示出怪吸引子亦即混沌行为,因为系统(1)只有一个有意义的平衡态,故怪吸引子为一片,呈弯月状(图 3a). 在计算机作图显示时,在吸

图 1　超长波系统的稳定平衡态

Fig. 1　The stationary equilibrium of an ultra-long wave system

图 2　超长波系统的周期吸引子

Fig. 2　The periodic attractor of the ultra-long wave system

引域内相轨线作无规则运动,混沌轨道把吸引域内逐步填满,但任何时候都在更小的空间尺度上留下空隙(图 3a中黑色部分也并非致密地填满,而是各种尺度上的空隙),并且随时间演化继续填充,这体现了混沌运动在几何上的自相似特征[10]. 怪吸引子在功率谱上则表现为若干尖峰和宽广的噪声背景(图 3b),这也是混沌运动的重要标志之一. 另外,还计算了 xy 平面作截面的 Poincare映射(图略),从中可以发现,某一时刻轨线从哪一点穿越截面是不确定的,点集杂乱无章地分布于整个吸引域内.

图 3　超长波系统的怪吸引子

Fig. 3　The strange attractor of the ultra-long wave system

3　结　论

本文从非线性角度出发,用混沌学的分析手段对准静止超长波的行为进行了初步探讨,得到的主要结果如下:

(1) 准静止超长波系统在不同的参数条件下,可表现出 3种不同性质的行为—— 平衡态、周期态和混沌态

(2) 稳定平衡态的出现与气候基本态及加热场的结构有关. 数值计算结果表明,正距平加热中心西侧更有利于超长波稳定平衡态的建立.

(3) 准静止超长波系统出现周期行为时,其周期为 30~ 40 d,属低频振荡范畴.

(4) 本文还给出了一个与地形、耗散以及非绝热加热等因子有关的判据 Cr. 当 Cr 较小(< 1)时,超长波系统表现为周期行为;当 Cr 较大(≥ 1),平衡态失稳,系统出现混沌特征. 这一判据可能对短期气候及长期天气预报具有潜在的研究和应用价值.

参　考　文　献

1　李麦村,王绍武. 近年来我国长期预报的发展,见: 长期天气预报文集,北京: 气象出版社, 1982. 1

2　章基嘉. 大气环流异常和长期天气预报. 气象(增刊 2), 1986, 12: 1

3　章基嘉. 超长波活动规律的定性分析. 大气科学, 1979, 3(1): 99

4　朱抢真. 大地形和热源的动力控制与超长波活动关系的初步研究. 气象学报,

1964, 22(2): 285
5 Feigenbaum, M J. Universal behaviour in nonlinear system. Springer-Verlag Press, 1983. 38
6 赫柏林. 分岔,混沌,奇怪吸引子,湍流及其它—— 关于确定系统的内在随机性. 物理学进展, 1983, 3(3): 329~ 415
7 Burger A P. Scale consideration of planetary motions of the atmosphere, Tellus, 1958, 10(2): 195
8 张锦炎. 常微分方程几何理论与分支问题. 北京: 北京大学出版社, 1981. 165~ 187
9 长期天气数值预报协作组. 1956~ 1975北半球月平均加热场图集和资料. 北京: 气象出版社, 1982. 1~ 56
10 陈颙著. 分形与混沌在地球科学中的应用. 北京: 学术期刊出版社, 1989. 56~ 96

Low Frequency Oscillation and Chaotic Behaviors of a Nonlinear Quasi-Stationary Ultra-Long Wave System

*Li Weibiao** *Xue Fanbing*

Abstract The behaviors of a nonlinear quasi-stationary ultra-long wave system which includes the topographic, thermal and dissipative effects are investigated with the methods of chaotic dynamics. It's found that depending upon the parameters the system can exhibit equilibrium states, periodic motions or even chaotic behaviors. The periodic motions have periods of about 30~ 40 days, which are equivalent to the low frequency oscillation in the atmosphere. Based on the results of qualitative analysis, a criterion to judge the system's behaviors is proposed. The value of the criterion is related to the topography, dissipation and diabatic heating.

Keywords quasi-stationary ultra-long wave system, equilibrium state, low frequency oscillation, chaos

* Department of Atomospheric Sciences, Zhongshan University, Guangzhou 510275