

芯层面内刚度的蜂窝夹层板壳结构模型^{*}

王 虎 富明慧

(中山大学应用力学与工程系, 广州 510275)

摘 要 建立了正六边形蜂窝芯层的一种等效模型, 该模型在芯层面内刚度只考虑芯层体积变形的刚度, 而忽略了次要的面内偏斜变形的刚度, 并在此基础上建立了一种蜂窝夹层板壳结构模型. 该模型较 Allen 模型有更好的精度.

关键词 蜂窝夹层板壳, 面内刚度, 等效模型

分类号 TB 30

蜂窝夹层板壳结构作为复合材料的一种, 具有比刚度大、比强度高、隔热隔振性能好等优点, 因而在航天、航空等领域获得了日益广泛的应用. 由于结构本身的复杂性, 在理论分析和数值计算中, 往往对其进行一定程度的简化. 其中 Allen^[1]提出的一种简化模型具有最为广泛的应用. 该模型假定芯层处于“反平面”变形状态, 即芯层极软, 仅能抵抗横向剪切变形, 而忽略其面内刚度和弯曲刚度; 对于极薄的上、下蒙皮层, 假定其服从 Kirchhoff 假设, 忽略其抵抗横向剪应力的能力. Allen 模型将上、下蒙皮与芯层的作用单独区分开来, 在较大程度上简化了分析. 蜂窝芯层虽然很软, 但由于它相对于蒙皮而言具有较大的厚度, 因此忽略其面内刚度和弯曲刚度必然导致不容忽视的误差. 为了克服这一矛盾, 相继出现了一些考虑芯层面内刚度的蜂窝夹层壳体结构分析模型, 这些模型的共同特点是将芯层视为服从剪切变形理论的正交异型层^[2,3]. 应用上述模型的先决条件是蜂窝芯层面内等效参数的确定, 然而到目前为止, 对于蜂窝芯层面内等效参数的研究工作还很不充分, 只有文 [4] 给出可引用的结果, 该结果具有解析形式, 便于应用, 文 [2, 3] 均采用了该结果; 但是它也有明显的不足: 仅考虑了蜂窝材料胞元壁板的弯曲应变能, 而未考虑胞元壁板的伸缩应变能. 对于蜂窝夹层结构的蜂窝芯层, 由于受蒙皮层的约束, 蜂窝壁板的伸缩变形并非小得可以忽略, 因而文 [4] 的结果此时是不准确的, 有必要给出更合理的蜂窝芯层等效弹性参数. 本文在考虑壁板伸缩应变能的前提下, 推导了正六边形蜂窝芯层材料的等效弹性参数. 与文 [4] 的结果相比较, 可以发现, 胞元壁板伸缩变形 (对应于体积变形) 的应变能较壁板弯曲变形 (对应于偏斜应变) 的应变能大 2 个量级, 因此在本文建立的蜂窝夹层板壳结构分析模型中, 芯层的面内偏斜应变能被忽略, 而只需考虑芯层的面内体积应变能与横向剪切应变能, 本文的处理方法既抓住了主要矛盾, 又忽略了次要因素, 从

* 中国博士后科学基金资助项目

收稿日期: 1997-10-07 王 虎, 男, 27 岁, 研究生

而简化了分析.

1 蜂窝芯层的一种等效模型

蜂窝夹层板壳结构通常是由上、下蒙皮层和中间的蜂窝芯层所构成 (图 1). 其中蒙皮层是由均质、等厚的各向同性材料构成的, 并且相对于芯层而言比较薄. 芯层是由稀疏的网格状结构构成, 其中以正六角形蜂窝结构最为常见, 本文仅考虑这种蜂窝结构. 蜂窝芯层通常被等效为一均质的正交异性层, 文 [4]确定了六角形蜂窝结构二维的等效弹性参数, 对于正六角形蜂窝, 有:

$$\begin{aligned}
 E = E_x = E_y &= (4/\sqrt{3})^\circ (t/l)^3 E_s, & \nu_x = \nu_y = \nu_{yx} &= 1, \\
 G = G_{xy} = G_{yx} &= (1/\sqrt{3})^\circ (t/l)^3 E_s
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

其中, E_s 是构成芯层壁板基本材料的杨氏模量, l 是蜂窝胞元壁板的长度, t 是壁板的厚度. 蜂窝材料的横向剪切模量可表达为^[4]: $G_{xy} = G_{yz} = (1/\sqrt{3})^\circ (t/l) G$. 上述结果具有解析形式, 因而文 [2, 3] 在确定芯层物理参数时采用了上述公式. 然而对于蜂窝夹层结构的芯层而言, 式 (1) 是不合适的. 因为 $\nu_y = \nu_x = 1$ 相当于平面应变问题的不可压条件. 这等于认为正六角形蜂窝材料只会发生 (面内) 偏斜变形, 但不会发生面积的变化. 对于上、下侧面不受任何约束的“自由”蜂窝结构, 这一结论是正确的, 文 [4] 考虑的正是这种情况; 而对于蜂窝夹层结构的蜂窝芯层, 情况则有所不同. 蜂窝芯层由于上、下侧面被蒙皮所约束, 在变形中, 蜂窝壁板往往会发生不能被忽略的伸缩变形. 因而, 式 (1) 的等效模量对于蜂窝芯层来说是不合适的. 因此本文给出考虑壁板伸缩变形的等效模型.

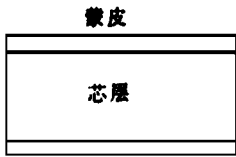


图 1 蜂窝夹层壳示意图

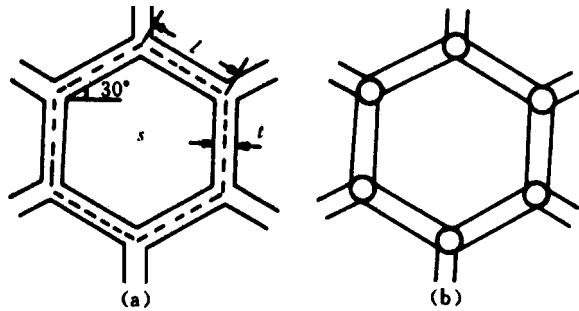


图 2 正六角形蜂窝胞元示意图及力学模型

g. 1 The illustration of honeycomb sandwich shell

Fig. 2 The illustration of hexagonal honeycomb cell and the Mechanics model of honeycomb

考察厚度为 l 的正六角形蜂窝材料 (图 2), 从中取出一壁厚度为 $t/2$ 的正六角形蜂窝胞元, 显然蜂窝芯层可以认为由此种胞元集结而成. 由于蜂窝胞元尺度与芯层本身尺度相比极小, 因而可以认为蜂窝胞元的每个壁板处于均匀受力状态. 由每 3 块蜂窝壁板相接处的应力平衡条件可知, 各壁板所承受的应力是相等的, 从而各壁板的应变也是相等的. 记胞元壁板内的应力为 σ , 应变为 X , 则 6 块胞元壁板的应变能之和为

$$W = 6 \left(\sigma X / 2 \right) t l / 2 = (3/2) E_s X^2 t l$$

而对于蜂窝芯层的等效材料, 胞元面积 S 上的等效应变能为 $W_{\text{eq}} = (1/2) K \theta^2 S = 2K X S$ 其中, K 为芯层等效面内“体积”模量, θ 为体积应变, 六角形胞元面积 S 为

$$S = (3/\sqrt{3}) l^2 / 2$$

由等效应变能与真实应变能相等, 即: $W_{\text{e}} = W$, 可以得到

$$K = E_s t / (2 - 3l) \quad (2)$$

比较 (1), (2) 式, 可以发现 K 比 E_s 大 2 个量级, 但较构成芯层壁板基本材料的杨氏模量 E_s 小 1 个量级. 应变能可以表达为 $W = (1/2) K \theta^2 + G_{xy} e_{ij} e_{ij}$, 其中, e_{ij} 为面内偏斜应力分量. 由于蜂窝芯层较厚, 因而与 K 对应的体积应变能在一般情况下是不可忽略的; 相比之下, 与 G_{xy} 同一量级的偏斜应变能则是无足轻重的, 完全可以忽略. 因此本文只考虑芯层的面内体积应变能与横向剪切应变能, 而完全忽略芯层的面内偏斜应变能, 这一简化方案可以作直观的解释: 对于蜂窝芯层, 每 3 块壁板相交处的固接条件, 可以简化成铰接条件, 因而蜂窝芯层不能承受任何偏斜应力, 仅能承受面内球应力和横向剪应力.

也可以利用 (2) 对 (1) 中的 ξ 进行修正. 可以认为 (1) 中的 ξ 是接近于 1 的量. 对于二维问题, 在 ξ 比较接近 1 时: $E = K(1 - \xi^2)$, 将 (1) 和 (2) 代入, 得到可以反映体积变形的泊松比 $\xi = 1 - 4t^2/l^2$

2 考虑芯层刚度的蜂窝夹层板壳结构分析模型

假设蜂窝夹层板壳结构的蒙皮层相对于芯层而言极薄, 蒙皮层抵抗横向剪切变形的能力可以忽略不计. 因此可假设蒙皮层服从 Kirchhoff 假设. 根据前面的讨论, 芯层除具有抵抗横向剪应力的能力之外, 还具有相当的面内刚度, 并且这种面内刚度表现为抵抗体积变形的能力远远强于抵抗面内偏斜变形的能力. 结合上述特点, 为了简化分析, 本文提出如下的蜂窝夹层板壳结构分析模型: ① 蒙皮层服从 Kirchhoff 假设. ② 芯层内的位移沿厚度线性分布, 因而剪应力均匀分布. ③ 考虑芯层面内刚度时只考虑体积应变能, 忽略面内的偏斜应变能. 上述模型在 Allen 模型基础上, 考虑了芯层体积应变对应的刚度, 提高了模型的精度; 同时, 忽略了次要的芯层面内偏斜应变的刚度, 简化了分析和计算.

3 实例分析

利用本文的简化模型, 可以分析芯层面内刚度对结构刚度的贡献. 在 2 个例子中均假设蒙皮与蜂窝芯层壁板由同一材料构成, 材料的弹性参数为 E, ξ , 蒙皮与芯层的厚度分别为 $t, 2t_c$, 芯层壁板厚度与长度之比 $Z = t/l$, $\xi_c = 1/3$.

实例 1 蜂窝夹层板的面内等效参数. 如果将蜂窝夹层板视为一均质的二维材料, 则利用应变原理可以得到等效的弹性参数

$$E^* = \frac{(K + A + G/2)^2 - (K + \xi A - G/2)^2}{(K + A + G/2)} \cdot \frac{t_c}{t} \cdot \frac{E}{t}, \quad \xi = \frac{K + \xi A - G/2}{K + A + G/2} \quad (3)$$

其中, $A = E t / ((1 - \xi) t_c)$, 而 G, K 分别由式 (1) 与 (2) 确定. 如果分别令 $G = 0$ 及 $G = K = 0$, 可得到本文模型的结果与 Allen 模型的结果. 图 3a, b 描述了当芯层壁板厚度与长度之比 $t/l = 1/10$ 时, $Z = E^* / E$ 与等效泊松比 ξ 随芯层与蒙皮厚度之比 $x = 2t_c / t$ 的变化曲线. 可以看到本文结果较 Allen 模型的结果更接近精确解. 图 3c 为在 $x = 2t_c / t = 10$ 时, 芯层蜂窝壁板厚度与长度比 t/l 对 E^* / E 的影响曲线.

实例 2 蜂窝夹层圆板的轴对称弯曲. 在轴对称弯曲时, 利用本文模型, 芯层内位移 w (从而 φ) 沿厚度方向线性分布, 可以方便地确定蜂窝夹层圆板的弯曲刚度. 其表达式为

$$D = 2t_c \left(\frac{K}{3} + E t / ((1 - \xi) t_c) \right), \text{ 芯层刚度对于总刚度的贡献可以表示为}$$

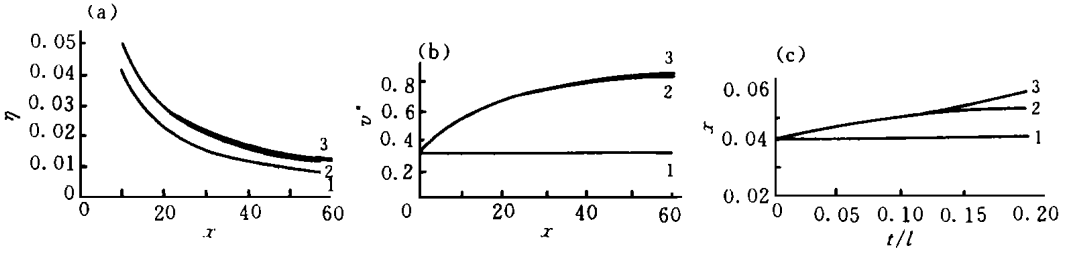


图 3 无量纲量与 x 和 t/l 的变化曲线

Fig. 3 The curves of Z_c, g_∞, x varying with $x, t/l$, respectively

(a) $Z_c \propto x$, (b) $g_\infty \propto x$, (c) $Z_c \propto t/l$; 1 精确解, 2 本文结果, 3 Allen 模型结果

$$Z_D = \frac{K}{3} \sqrt{\left[\frac{K}{3} + \frac{E}{1-g^2} \frac{t}{t_c} \right]} = 1 \sqrt{\left[1 + \frac{E}{1-g^2} \frac{3t}{kt_c} \right]}$$

Z_D 随 $x = 2t_c/t$ 的变化为当芯层厚度逐渐增大时, 芯层的刚度在总刚度中所占的比重也逐渐增大, 当 $x = 60$ 时, Z_D 可达到 35%。

参 考 文 献

- 1 Allen H G. Analysis and design of structural panels. Oxford Pergamon Press, 1969. 1
- 2 崔光育. 蜂窝夹层壳非线性静动力分析: [学位论文]. 北京: 清华大学工程力学系, 1995
- 3 蓬时胜. 复合材料多层板有限元法及其参数识别: [学位论文]. 北京: 清华大学工程力学系, 1996
- 4 Gibson et al L J. The mechanics of two-dimension cellular materials. Proc R Soc A, 1982, 382- 25 ~ 42
- 5 Gibson L J, Ashby M F. Cellular solids, structure and properties. Oxford Pergamon Press, 1988. 1
- 6 Kelsey S, Gellatly R A, Clark B W. T shear modulus of foil honey core. Aircraft Eng, 1958, 31 294- 302

A Model of Honeycomb Sandwich Shell with Consideration of Core in-Plane Stiffness

Wang Hu* Fu Minghui

Abstract The in-plane characteristics of a honeycomb core where the resistance to the volume deformation is much stronger than that to the shearing deformation are considered. An improved model of honeycomb core and a simplified model for mechanic analysis of honeycomb sandwich are built. The former model is of higher precision than the classical Allen model.

Keywords honeycomb sandwich shell, in-plane stiffness, equal model

* Department of Applied Mechanics and Engineering, Zhongshan University, Guangzhou 510275, China