第 36卷 增 刊
1997年 6月

中山大学学报 (自然科学版)
ACTA SCIENTIARUM NATURALIUM UNIVERSITATIS SUNYATSENI

Vol. 36 Suppl.
Jun. 1997

在马克思的地价公式中引入时间参数*

阮伟雄 谭锦群
(广州市委党校, 广州 510000) (中山大学计算中心)

摘 要 根据马克思关于土地价格的基本思路, 通过数学推导, 得到一个更为广泛的公式 $P=(Q/R)(1-e^{-RT})$,在马克思的地价公式中引入了时间参数.

关键词 马克思,地价公式,时间参数
分类号 A 118, F 293. 2

在《资本论》第 3卷里,马克思写下了一个关于土地价格的著名公式:

土地价格 = 地租 /利息率 (1)

在这里,马克思认为,资本家拿出一笔资金购买土地以收取地租,与他拿这笔钱存入银行以收取利息是一样的.因为:

利息 = 本金× 利息率

所以 本金 = 利息 /利息率 (2)

由公式(1)和(2)的对比可知,在马克思看来,地租相当于利息,土地价格相当于本金.若用 P 来表示土地价格,Q 表示地租,R 表示利率,则公式(1)可以写成

$$P=Q/R \tag{3}$$

现在的问题是,马克思的这一公式,是否适用于我国现阶段的土地使用费的计算.在实行开放、改革以前,各企业、事业单位都是无偿使用土地,土地属国家所有,不存在土地买卖的问题,当然也就无所谓土地价格的问题.现在,随着社会主义市场经济的发展,土地从无偿使用转为有偿使用,这就向我们提出了这个问题,并要求我们作出回答.

笔者认为,马克思关于计算土地价格公式的基本思想,对我国现阶段土地有偿使用费的计算仍然是适合的.问题是,在马克思的公式里,土地价格是由两个因素(地租、利率)决定的,而我国现阶段在计算土地有偿使用费时,却显然应增加一个因素—— 土地使用的期限.因此,必须对马克思的公式作必要的拓展.显然,土地使用的期限越长,使用费应越高,若使用期限为零,则使用费亦应为零.根据马克思的基本思想,并通过一些数学推导,可以得到下面一个比公式(3)更具适用性的公式:

$$P=(Q/R)(1-e^{-RT}) \tag{4}$$

式中 P 表示土地有偿使用费即土地价格,Q 表示地租,R 表示利率,T 表示有偿使用的年限.

在推导公式(4)前,先让我们看看两个特殊情况:

* 收稿日期: 1997-03-31 阮伟雄, 男, 58岁, 副教授

(1) 因为 $\lim\limits_{T\to\infty} e^{-RT} = 0$ (注意 $R > 0$)

所以 $\lim\limits_{T\to\infty} P = \lim\limits_{T\to\infty}(Q/R)(1 - e^{-RT}) = Q/R$

这说明当使用期 T 无限增大时,公式(4)就转化为公式(3).即马克思所指的土地价格是使用期为无限的土地有偿使用费.因此,公式(3)是公式(4)的一个特殊情况.

(2) 因为 当 $T = 0$时, $e^{-RT} = 1$

所以 $P = (Q/R)(1 - e^{-RT}) = 0$

这又说明,当使用期限 $T = 0$时,土地有偿使用费也为零.

若我们求 P对 T的偏导数,则有

$$P' = [(Q/R)(1 - e^{-RT})]'_T = Qe^{-RT}$$

显然,有 $P' > 0$.所以, $P = (Q/R)(1 - e^{-RT})$是关于 T的增函数,也就是说,土地有偿使用费 P是随使用期限 T的增大而增大.这些,都与我们直观地得到的结论是一致的.因此, $P = (Q/R)(1 - e^{-RT})$确是公式 $P = Q/R$的拓展.

下面,我们对公式(4)进行推导.根据马克思的基本思想,期限为 T年的土地有偿使用费应该是 T年地租的贴现值之总和.假定年地租为 Q,年利率为 R,则:

第一年末的地租贴现值为 $Q/(1+R)$,第二年末的地租贴现值为 $Q/(1+R)^2$,…,第 T年末的地租贴现值为 $Q/(1+R)^T$.于是, T年的地租贴现值的总和是

$$P = \sum_{i=1}^{T} \frac{Q}{(1+R)^i} = \frac{Q}{R}\left[1 - \frac{1}{(1+R)^T}\right]$$

注意到这里是以年为期来计算复利的,亦即以“离散”的一年为一期的方式处理问题的,若以“连续”的方式处理,则可作如下的进一步的推导:

若我们以 $1/m$ 年为期来计算复利,则利率为 R/m,那么

在第一年即第 m期地租的贴现值为 $Q/(1+R/m)^m$,

在第 t年末,即第 mt期地租的贴现值为 $Q/(1+R/m)^{mt}$,

让 m无限增大,取极限

$$\lim_{m\to\infty}\left[Q/(1+\frac{R}{m})^{mt}\right] = \frac{Q}{e^{Rt}} = Qe^{-Rt}$$

此处 Qe^{-Rt}可以看作是“连续地”计算复利的情况下,在第 t年末这一时刻(时点)的地租贴现值.

于是,期限为 T年的土地有偿使用费就是所有这些地租贴现值的累积和,即:

$$P = \int_0^T Qe^{-Rt}\mathrm{d}t = (Q/R)(1 - e^{-RT})$$

公式 $P = (Q/R)(1 - e^{-RT})$给出了土地有偿使用费(土地价格) P与地租 Q利率 R和有偿使用期限 T之间的函数关系,明确地反映了使用期限对使用费的影响.下面举一例子加以说明.

设某片土地的年地租 $Q= 4$万元,年利率 $R= 8\%$,若使用期限为无限,即具有“永久”的使用权,此时 $T = \infty$,则土地有偿使用费为

$$P_\infty = Q/R = 4/0.08 = 50(\text{万元})$$

若使用期限为 10年,即 $T = 10$,则使用费

$$P_{10} = (4/0.08)(1 - e^{-0.8}) = 50\times 0.5507 = 27.535(\text{万元})$$

若使用期限为 20年,则土地有偿使用费

$$P_{20} = (4/0.08)(1 - e^{-1.6}) = 50 \times 0.7981 = 39.905(\text{万元})$$

若使用期限为 50年,则土地有偿使用费

$$P_{50} = (4/0.08)(1 - e^{-4}) = 50 \times 0.9817 = 49.085(\text{万元})$$

可见,当使用期限超过 50年后,与“永久”使用已相差无几了.

参 考 文 献 (略)

Introduction of Time Parameter in the Formula of Land Price of Marx

Ruan Weixiong[*] *Tan Jinqun*

Abstract There is a very famous formula for the price of land in the *Theory of Capital* written by Karl Marx. It is price of land= rent of land/rate. The authors get one broader formala including time parameter based on the theory of Marx of by some mathematic inference. This formula is price of land= rent of land/(rate $(1- e^{-RT})$).

Keywords Marx, formula for the price of land, time parameter

* Guangzhou Administrative Institute, Guangzhou 510000